

Hledání největšího společného dělitele

Minule jsme si ukázali, že největšího společného dělitele dvou a více čísel můžeme najít pomocí **vyhledání všech společných dělitelů**.

Dnes si ukážeme, že najít největšího společného dělitele lze i jiným způsobem (který je výhodnější zejména u větších čísel).

Př. 1 Najdi největšího společného dělitele čísel 96 a 224.

Řešení:

Úlohu vyřešíme nejdříve pomocí vyhledání všech společných dělitelů.

96		224	
1	96	1	224
2	48	2	112
3	32	4	56
4	24	7	32
6	16	8	28
8	12	14	16

$$d(96) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96\}$$

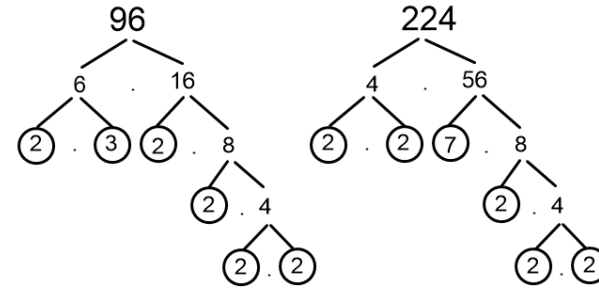
$$d(224) = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 16, 28, 32, 56, 112, 224\}$$

Největším společným dělitelem čísel 96 a 224 je číslo 32.

$$D(96, 224) = 32$$

Nyní se podíváme, jak by šlo největšího společného dělitele vyhledat jiným způsobem.

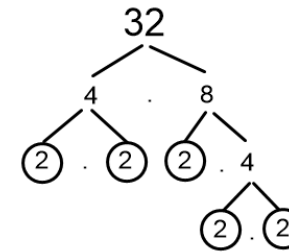
Zkusme rozložit čísla 96 a 224 na součin prvočísel.



$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$224 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$$

Z předchozího řešení víme, že největším společným dělitelem čísel 96 a 224 je číslo 32. Jaký je rozklad čísla 32 na součin prvočísel?



$$32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Všimněme si, že všechna prvočísla, která se objevují v rozkladu největšího společného dělitele čísel 96 a 224, se objevují i v obou rozkladech na součin prvočísel zadaných čísel.

$$96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$224 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$$

Takto tedy můžeme rovněž nalézt největšího společného dělitele dvou a více čísel.

$$D(96, 224) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

Postup pro nalezení největšího společného dělitele dvou či více čísel

1. Obě (všechna) zadaná čísla rozložíme na součin prvočísel.
2. V rozkladech čísel na součin prvočísel si označíme dvojice prvočísel (trojice, čtveřice,...), která se nacházejí v obou (ve všech) rozkladech.
3. Součin prvočísel, které se objevují v obou (ve všech) rozkladech, je největším společným dělitelem obou (všech) čísel.

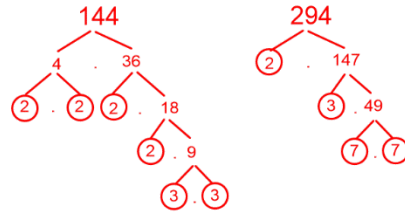
Cvičení

1. Najdi největší společné dělitele čísel.

a) $D(144, 294) =$

$$144 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$294 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$$

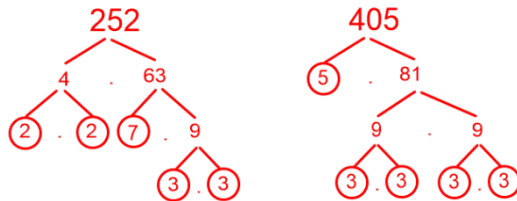


$$D(144, 294) = 2 \cdot 3 = 6$$

b) $D(252, 405) =$

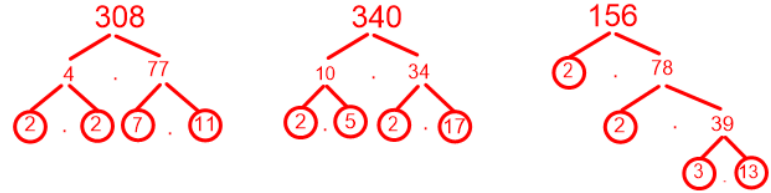
$$252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$$

$$405 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$$



$$D(252, 405) = 3 \cdot 3 = 9$$

c) $D(308, 340, 156) =$



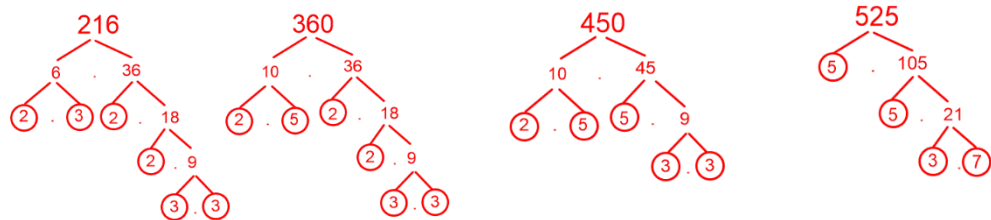
$$308 = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 11$$

$$340 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 17$$

$$156 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$$

$$D(308, 340, 156) = 2 \cdot 2 = 4$$

2. Vypĺň pyramidu tak, že do prázdnych polí napíšeš čísla, která jsou největším společným dělitelem sousední dvojice čísel o patro níže.



$$D(216, 360) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$$

$$D(360, 450) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$$

$$D(450, 525) = 3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$$

$$D(72, 90) = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$$

$$D(90, 75) = 3 \cdot 5 = 15$$

$$D(18, 15) = 3$$

